

# **ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΗΣ Α' ΤΑΞΗΣ**

## **ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ – ΑΛΓΕΒΡΑΣ**

### **Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup>: Οι Φυσικοί αριθμοί**

#### **A. 1. 2**

##### **1. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των φυσικών ;**

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των φυσικών είναι:

- ♦ Η **αντιμεταθετική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων ενός αθροίσματος.

$$\text{Δηλαδή αν οι } \alpha, \beta \text{ είναι φυσικοί αριθμοί τότε } \alpha + \beta = \beta + \alpha$$

- ♦ Το άθροισμα ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον αριθμό.

$$\text{Δηλαδή αν ο } \alpha \text{ είναι φυσικός } \alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$$

- ♦ Η **προσεταιριστική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων  $\alpha, \beta, \gamma$  ισχύει  $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$

##### **2. Πως ορίζεται η πράξη της αφαίρεσης στους φυσικούς και πότε αυτή μπορεί να εκτελεστεί;**

- ♦ **Αφαίρεση** είναι η πράξη με την οποία, όταν δίνονται δυο αριθμοί  $M$  (**μειωτέος**) και  $A$  (**αφαιρετέος**, βρίσκουμε έναν αριθμό  $\Delta$  (**διαφορά**) ο οποίος όταν προστεθεί στο  $A$  δίνει το  $M$ .

- ♦ Στους φυσικούς αριθμούς ο αφαιρετέος  $A$  πρέπει να είναι πάντα μικρότερος ή ίσος του μειωτέου  $M$ . Σε αντίθετη περίπτωση η πράξη της αφαίρεσης δεν είναι δυνατόν να εκτελεστεί.

##### **3. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών;**

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών είναι:

- ♦ Η **αντιμεταθετική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου.

$$\text{Δηλαδή αν οι } \alpha, \beta \text{ είναι φυσικοί αριθμοί τότε } \alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

- ♦ Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό.

$$\text{Δηλαδή αν ο } \alpha \text{ είναι φυσικός } \alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$

- ♦ Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με το μηδέν ισούται με το μηδέν.

Δηλαδή αν ο  $a$  είναι φυσικός  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

- ♦ Η **προσεταιριστική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων  $a, \beta, \gamma$  ισχύει  $(a \cdot \beta) \cdot \gamma = a \cdot (\beta \cdot \gamma)$
- ♦ Η **επιμεριστική** ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και ως προς την αφαίρεση

$$a \cdot (\beta + \gamma) = a \cdot \beta + a \cdot \gamma \quad \text{και} \quad a \cdot (\beta - \gamma) = a \cdot \beta - a \cdot \gamma$$

### A. 1. 3

#### **4. Τι ονομάζεται νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού $a$ , πως συμβολίζεται και πως ονομάζονται τα μέρη της;**

Νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού  $a$  ονομάζεται το γινόμενο  $n$  παραγόντων ίσων με το  $a$  και συμβολίζεται με  $a^n$ .

Δηλαδή αν ο  $a$  είναι φυσικός  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$   
 *$n$  παράγοντες*

το  $a$  λέγεται **βάση** της δύναμης και το  $n$  λέγεται εκθέτης της δύναμης.

#### **5. Πως αλλιώς διαβάζονται η δεύτερη και η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού $a$ και με τι είναι ίσα το $a^1$ και το $1^n$ .**

Η δεύτερη δύναμη ενός φυσικού αριθμού  $a$  δηλαδή το  $a^2$  διαβάζεται και **τετράγωνο του  $a$**  ή  **$a$  στο τετράγωνο**

Η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού  $a$  δηλαδή το  $a^3$  διαβάζεται και **κύβος του  $a$**  ή  **$a$  στον κύβο**.

Είναι  $a^1 = a$  και  $1^n = 1$

#### **6. Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση και τι τιμή αριθμητικής παράστασης;**

Αριθμητική παράσταση ονομάζεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς.

Τιμή μιας αριθμητικής παράστασης ονομάζεται ο αριθμός που προκύπτει όταν εκτελέσουμε όλες τις πράξεις που περιέχονται σ' αυτήν.

### A. 1. 4

#### **7. Τι ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση;**

Ευκλείδεια διαίρεση ονομάζεται η διαδικασία εκείνη κατά την οποία μας δίνονται δύο φυσικοί αριθμοί, οι  $\Delta$  (**διααιρετέος**) και  $\delta \neq 0$  (**διαιρέτης**), και βρίσκουμε δύο άλλους φυσικούς αριθμούς τους  $\pi$  (**πηλίκο**) και  $\upsilon$  (**υπόλοιπο**), έτσι ώστε να ισχύει:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon \quad , \quad \upsilon < \delta$$

#### **8. Πότε η Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια;**

Μια Ευκλείδεια διαίρεση ονομάζεται **τέλεια** όταν το υπόλοιπο της είναι ίσο με μηδέν. Τότε ισχύει  $\Delta = \delta \cdot \pi$ .

### A. 1. 5

#### **9. Ποια είναι τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού $a$ ;**

Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού  $a$  είναι οι αριθμοί που προκύπτουν όταν τον πολλαπλασιάσουμε διαδοχικά με όλους τους φυσικούς αριθμούς. Δηλαδή  $0, a, 2a, 3a, 4a, \dots$

**10. Ποιες ιδιότητες ισχύουν για τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού;**

- ◆ Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσια του.
- ◆ Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο φυσικό είναι πολλαπλάσιο του.
- ◆ Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο θα διαιρεί και τα πολλαπλάσια του.

**11. Τι ονομάζεται ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσότερων αριθμών διαφορετικών του μηδενός;**

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσότερων αριθμών διαφορετικών του μηδενός ονομάζεται το μικρότερο από τα κοινά τους πολλαπλάσια που είναι διαφορετικό από το μηδέν.

**12. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού;**

Διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού ονομάζονται όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν.

**13. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι;**

Πρώτοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί εκτός του 1, που έχουν διαιρέτες μόνο τον εαυτό τους και την μονάδα.

Σύνθετοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν είναι πρώτοι, δηλαδή οι φυσικοί αριθμοί που έχουν και άλλους διαιρέτες εκτός από τον εαυτό τους και την μονάδα.

**14. Τι ονομάζεται μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών  $a$  και  $b$  και πώς συμβολίζεται;**

Μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών  $a$  και  $b$  ονομάζεται ο μεγαλύτερος από τους κοινούς τους διαιρέτες και συμβολίζεται  $ΜΚΔ(a, b)$ .

**15. Πότε δύο φυσικοί αριθμοί  $a$  και  $b$  ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους;**

Δύο φυσικοί αριθμοί  $a$  και  $b$  ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους όταν ο μέγιστος κοινός διαιρέτης τους είναι η μονάδα. Δηλαδή όταν  $ΜΚΔ(a, b) = 1$

**16. Ποια είναι τα κριτήρια διαιρετότητας;**

- ◆ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0.
- ◆ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 2 ή το 4 ή το 6 ή το 8.
- ◆ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 5.
- ◆ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3 ή το 9 αντίστοιχα.
- ◆ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται συγχρόνως με το 4 ή και το 25 αν τα δύο τελευταία ψηφία του είναι 0.

## **Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>: Κλάσματα**

### **A. 2. 1**

#### **17. Τι ονομάζεται κλασματική μονάδα ;**

**Κλασματική μονάδα** ονομάζεται το σύμβολο της μορφής  $\frac{1}{\nu}$  ( $\nu$  φυσικός  $\neq 0$ ) που εκφράζει το ένα από τα  $\nu$  ίσα μέρη στα οποία χωρίστηκε μια ποσότητα.

#### **18. Τι ονομάζεται κλάσμα ή κλασματικός αριθμός και τι διακρίνουμε σ' αυτό;**

**Κλάσμα ή κλασματικός αριθμός** ονομάζεται ένα σύμβολο της μορφής  $\frac{\kappa}{\nu}$  όπου οι αριθμοί  $\kappa$ ,  $\nu$  είναι φυσικοί αριθμοί και ο  $\nu \neq 0$ .

Οι αριθμοί  $\kappa$ ,  $\nu$  λέγονται όροι του κλάσματος.

Ο αριθμός  $\kappa$ , λέγεται αριθμητής του κλάσματος.

Ο αριθμός  $\nu$ , λέγεται παρονομαστής του κλάσματος.

#### **19. Τι παριστάνει ένα κλάσμα;**

Ένα κλάσμα παριστάνει το ακριβές πηλίκο μιας διαίρεσης στην οποία ο αριθμητής του είναι ο διαιρετέος και ο παρονομαστής του ο διαιρέτης.

#### **20. Μπορεί ένας φυσικός αριθμός να γραφεί σαν κλάσμα;**

Κάθε φυσικός αριθμός γράφεται σαν κλάσμα με αριθμητή τον ίδιο τον φυσικό και παρονομαστή την μονάδα. Δηλαδή αν  $\alpha$  φυσικός τότε  $\alpha = \frac{\alpha}{1}$

### **A. 2. 2**

#### **21. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα;**

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών.

#### **22. Ποιες είναι οι ιδιότητες των ισοδυνάμων κλασμάτων;**

- ♦ Αν πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ( $\neq 0$ ) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο.

Δηλαδή αν  $\lambda \neq 0$  τότε  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda \cdot \alpha}{\lambda \cdot \beta}$

- ♦ Αν διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με ένα κοινό διαιρέτη τους προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο.

Δηλαδή  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha : \lambda}{\beta : \lambda}$

Η διαδικασία αυτή λέγεται **απλοποίηση** του κλάσματος και έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία κλάσματος ίσου με το αρχικό αλλά με μικρότερους όρους.

Το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται **ανάγωγο**.

- ♦ Αν δύο κλάσματα  $\frac{\alpha}{\beta}$  και  $\frac{\gamma}{\delta}$  είναι ισοδύναμα τότε τα χιαστί γινόμενα  $\alpha\delta$  και  $\beta\gamma$  είναι ίσα και αντιστρόφως.

Δηλαδή αν  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$  τότε  $\alpha\delta = \beta\gamma$

### 23. Πότε δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερόνυμα;

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα όταν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ετερόνυμα όταν δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

#### A. 2. 3

### 24. Πως συγκρίνουμε δύο κλάσματα;

- ♦ Αν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.
- ♦ Αν δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει τον μικρότερο παρονομαστή.
- ♦ Αν δύο κλάσματα είναι ετερόνυμα τα τρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και τότε μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.

#### A. 2. 4

### 25. Τι ονομάζεται μεικτός αριθμός;

**Μεικτός αριθμός** ονομάζεται ένα σύμβολο της μορφής  $\kappa \frac{\lambda}{\nu}$  που παριστάνει το άθροισμα του

ακέραιου αριθμού  $\kappa$  με το κλάσμα  $\frac{\lambda}{\nu}$  το οποίο είναι μικρότερο της μονάδας.

$$\text{Δηλαδή, } \kappa \frac{\lambda}{\nu} = \kappa + \frac{\lambda}{\nu}.$$

#### A. 2. 5

### 26. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;

Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.

#### A. 2. 6

### 27. Πότε ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο;

Ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο όταν ένας τουλάχιστον από τους όρους του είναι κλάσμα.

## **Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup>: Δεκαδικοί αριθμοί**

#### A. 3. 1

### 28. Πότε ένα κλάσμα λέγεται δεκαδικό;

Ένα κλάσμα λέγεται δεκαδικό όταν έχει παρονομαστή μια δύναμη του 10.

### 29. Πώς γράφεται ως δεκαδικός αριθμός κάθε δεκαδικό κλάσμα;

Για να γράψουμε ένα δεκαδικό κλάσμα ως δεκαδικό αριθμό γράφουμε τον αριθμητή και ξεκινώντας από το τελευταίο ψηφίο του τοποθετούμε την υποδιαστολή τόσες θέσεις προς τα αριστερά όσα και τα μηδενικά ψηφία που έχει ο παρανομαστής.

## **Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>: Εξισώσεις και προβλήματα**

### **A. 4. 1**

#### 30. Τι είναι εξίσωση, τι λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης και τι επίλυση μιας εξίσωσης;

- ◆ Η εξίσωση είναι μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και έναν άγνωστο (μια μεταβλητή). Λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης είναι ο αριθμός που όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο επαληθεύει την ισότητα.
- ◆ Επίλυση μιας εξίσωσης είναι η διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

#### 31. Πως λύνονται οι εξισώσεις, $x + a = \beta$ , $x - a = \beta$ , $a - x = \beta$ , $a \cdot x = \beta$ , $x : a = \beta$ , $a : x = \beta$ βάσει των ορισμών των πράξεων ;

Βάσει των ορισμών των πράξεων

- ◆ η εξίσωση  $x + a = \beta$  έχει λύση την  $x = \beta - a$
- ◆ η εξίσωση  $x - a = \beta$  έχει λύση την  $x = \beta + a$
- ◆ η εξίσωση  $a - x = \beta$  έχει λύση την  $x = a - \beta$
- ◆ η εξίσωση  $a \cdot x = \beta$  έχει λύση την  $x = \beta : a$
- ◆ η εξίσωση  $x : a = \beta$  έχει λύση την  $x = a \cdot \beta$
- ◆ η εξίσωση  $a : x = \beta$  έχει λύση την  $x = a : \beta$

## **Κεφάλαιο 5<sup>ο</sup>: Ποσοστά**

### **A. 5. 1**

#### 32. Τι ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό η απλά ποσοστό και τι ποσοστό επί τοις χιλίοις;

- ◆ Ποσοστό επί τοις εκατό η απλά ποσοστό ονομάζεται το σύμβολο  $a \% = \frac{a}{100}$
- ◆ Ποσοστό επί τοις χιλίοις ονομάζεται το σύμβολο  $a \text{‰} = \frac{a}{1000}$

## **Κεφάλαιο 6<sup>ο</sup>:**

### **Ανάλογα ποσά και αντιστρόφως ανάλογα ποσά**

#### **A. 6. 1**

**33. Τι ονομάζουμε ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;**

Ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων ονομάζουμε ένα σύστημα από δύο κάθετους ημιάξονες (ορθο -) με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες έχουν το ίδιο μήκος (κανονικό).

Συντεταγμένες ( τετμημένη, τεταγμένη ) σημείου ονομάζουμε ένα μοναδικό για κάθε σημείο διατεταγμένο ζευγάρι αριθμών (α, β) που αντιστοιχίζεται στο σημείο και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του στο επίπεδο που είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων. Το α ονομάζεται τετμημένη και το β τεταγμένη του σημείου.

**34. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των ημιαξόνων  $Ox$  και  $Oy$  σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;**

Τα σημεία του  $Ox$  έχουν τεταγμένη μηδέν και τα σημεία του  $Oy$  έχουν τετμημένη μηδέν.

#### **A. 6. 2**

**35. Τι ονομάζεται λόγος δύο αριθμών;**

Λόγος δύο αριθμών ονομάζεται το πηλίκο της διαίρεσης τους.

**36. Τι ονομάζεται αναλογία και ποια η βασική της ιδιότητα;**

- ◆ Αναλογία ονομάζεται η ισότητα λόγων.
- ◆ Κάθε σχέση αναλογίας  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$  είναι ισοδύναμη με τη σχέση  $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$

**37. Τι ονομάζεται κλίμακα;**

**Κλίμακα** ονομάζεται ο λόγος της απόστασης δύο σημείων της εικόνας ενός αντικειμένου προς την πραγματική απόσταση των δύο αντιστοίχων σημείων του ίδιου αντικειμένου, εφόσον οι αποστάσεις μετριοούνται με την ίδια μονάδα.

**38. Πότε δύο σχήματα λέγονται όμοια;**

Δύο σχήματα λέγονται όμοια όταν το ένα είναι **μεγέθυνση** ή **σμίκρυνση** του άλλου.

#### **A. 6. 3**

**39. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;**

Δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

**40. Πότε δύο ποσά είναι ανάλογα;**

Δύο ποσά  $x$  και  $y$  είναι *ανάλογα*, όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο πηλίκο.

Δηλαδή  $\frac{y}{x} = a$ . Το πηλίκο  $a$  λέγεται *συντελεστής αναλογίας*.

**41. Ποιες είναι οι ιδιότητες δύο αναλόγων ποσών;**

- ◆ Τα ανάλογα ποσά  $x$  και  $y$  συνδέονται με τη σχέση  $y = a \cdot x$  όπου  $a$  ο συντελεστής αναλογίας.
- ◆ Όταν το ποσό  $y$  είναι *ποσοστό* του ποσού  $x$ , τα δύο ποσά συνδέονται με τη σχέση:

$$y = \frac{a}{100} \cdot x \text{ και είναι } \textit{ανάλογα}, \text{ με συντελεστή αναλογίας το } \frac{a}{100} \text{ ή } a\%.$$

- ◆ Η σχέση  $y = a \cdot x$  εκφράζει μια αλληλεπίδραση των ποσών  $x$  και  $y$ . Συγκεκριμένα, ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κ.ο.κ. του ενός ποσού επιφέρει διπλασιασμό, τριπλασιασμό κ.ο.κ. του άλλου ποσού.

**A. 6. 4****42. Που βρίσκονται τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αναλόγων ποσών;**

Τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αναλόγων ποσών βρίσκονται πάνω σε μια ημιευθεία με αρχή την αρχή  $O(0, 0)$  των ημιαξόνων.

**A. 6. 5****43. Πως εξετάζουμε αν δύο ποσά είναι ανάλογα;**

Για να εξετάσουμε, εάν δύο ποσά είναι ανάλογα:

- ◆ Εξετάζουμε αν τα ποσά που μεταβάλλονται είναι τέτοια ώστε, όταν οι τιμές του ενός ποσού πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.
- ◆ Εξετάζουμε αν τα ποσά συνδέονται με μια σχέση αναλογίας.
- ◆ Εξετάζουμε αν όλες οι αντίστοιχες τιμές των δύο ποσών έχουν σταθερό λόγο.

**A. 6. 6****44. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;**

Δύο ποσά λέγονται *αντιστρόφως ανάλογα* αν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο ώστε, όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.

**45. Πότε δύο ποσά  $x, y$  είναι αντιστρόφως ανάλογα;**

Δύο ποσά  $x$  και  $y$  είναι *αντιστρόφως ανάλογα* όταν το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερό. Δηλαδή  $x \cdot y = a$  ( $a \neq 0$ ).



**46. Που βρίσκονται τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αντιστρόφως αναλόγων ποσών;**

Τα σημεία που παριστάνουν τα ζεύγη τιμών(x, y) δύο αντιστρόφως αναλόγων ποσών βρίσκονται σε μια καμπύλη γραμμή που ονομάζεται *υπερβολή*.

Η *υπερβολή* δεν τέμνει ποτέ τους ημιάξονες Ox και Oy, διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή 0.

## **Κεφάλαιο 7<sup>ο</sup>: Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί**

### **A. 7. 1**

**47. Τι είναι τα πρόσημα και πώς χαρακτηρίζονται οι αριθμοί από αυτά;**

*Πρόσημα* λέγονται τα σύμβολα «+» και «-», γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν αντίστοιχα ως *θετικούς* ή *αρνητικούς*. Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

**48. Πότε δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;**

Δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται *ομόσημοι* όταν έχουν το ίδιο πρόσημο και *ετερόσημοι* όταν έχουν διαφορετικό πρόσημο.

**49. Ποιοι είναι οι ακέραιοι και ποιοι οι ρητοί αριθμοί;**

*Ακέραιοι αριθμοί* είναι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

*Ρητοί* αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

### **A. 7. 2**

**50. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού  $a$  και πώς συμβολίζεται;**

Η *απόλυτη τιμή* ενός ρητού αριθμού  $a$  εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη  $a$  από την αρχή  $O$  του άξονα και συμβολίζεται με  $|a|$ .

**51. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;**

Δύο αριθμοί ονομάζονται *αντίθετοι* όταν είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

**52. Ποιος είναι ο αντίθετος του αριθμού  $x$ ;**

Ο αντίθετος του  $x$  είναι ο  $-x$ .

**53. Πώς ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;**

- ◆ Η *απόλυτη τιμή* ενός *θετικού ρητού αριθμού* είναι ο *ίδιος ο αριθμός*.
- ◆ Η *απόλυτη τιμή* ενός *αρνητικού ρητού αριθμού* είναι ο *αντίθετος του*.
- ◆ Η *απόλυτη τιμή του μηδενός* είναι το *μηδέν*.

**A. 7. 3****54. Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;**

- ♦ Για να *προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς* αριθμούς, *προσθέτουμε* τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημο τους.
- ♦ Για να *προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς* αριθμούς, *αφαιρούμε* από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

**55. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών ;**

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών είναι:

- ♦ Η *αντιμεταθετική* ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο προσθετέων ενός αθροίσματος.

$$\text{Δηλαδή αν οι } \alpha, \beta \text{ είναι ρητοί αριθμοί τότε } \alpha + \beta = \beta + \alpha$$

- ♦ Η *προσεταιριστική* ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων  $\alpha, \beta, \gamma$  ισχύει  $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$
- ♦ Το άθροισμα ενός ρητού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

$$\text{Δηλαδή αν ο } \alpha \text{ είναι ρητός } \alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$$

- ♦ Το άθροισμα δύο αντίθετων ρητών είναι μηδέν

$$\text{Δηλαδή αν ο } \alpha \text{ και ο } -\alpha \text{ είναι αντίθετοι ρητοί } \alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$$

**A. 7. 4****56. Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;**

Για να *αφαιρέσουμε* από το ρητό αριθμό  $\alpha$  το ρητό αριθμό  $\beta$ , *προσθέτουμε* στον  $\alpha$  τον *αντίθετο* του  $\beta$ .

$$\text{Δηλαδή αν οι } \alpha, \beta \text{ είναι ρητοί αριθμοί τότε } \alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$$

**A. 7. 5****57. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;**

Για να *πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς* αριθμούς, *πολλαπλασιάζουμε* τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να *πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς* αριθμούς, *πολλαπλασιάζουμε* τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

**58. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών ;**

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών είναι:

- ♦ Η *αντιμεταθετική* ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

$$\text{Δηλαδή αν οι } \alpha, \beta \text{ είναι ρητοί αριθμοί τότε } \alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

- ◆ Η **προσεταιριστική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων  $a, \beta, \gamma$  ισχύει  $(a \cdot \beta) \cdot \gamma = a \cdot (\beta \cdot \gamma)$

- ◆ Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

$$\text{Δηλαδή αν ο } a \text{ είναι ρητός } a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

- ◆ Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

$$a \cdot (\beta + \gamma) = a \cdot \beta + a \cdot \gamma \quad \text{και} \quad a \cdot (\beta - \gamma) = a \cdot \beta - a \cdot \gamma$$

- ◆ Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν.

$$\text{Δηλαδή αν ο } a \text{ είναι ρητός } a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

### 59. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

- ◆ Δύο ρητοί αριθμοί  $a, \beta$  λέγονται αντίστροφοι όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα.
- ◆ Ο καθένας από τους  $a$  και  $\beta$  είναι αντίστροφος του άλλου.

### A. 7. 6

### 60. Πως διαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «-».

### 61. Ποιες είναι οι ιδιότητες της διαίρεσης των ρητών ;

- ◆ Το πηλίκο της διαίρεσης  $a : \beta$  ή  $\frac{a}{\beta}$  λέγεται **λόγος του  $a$  προς το  $\beta$**  και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης  $\beta \cdot x = a$ .
- ◆ Η διαίρεση  $\frac{a}{\beta}$  μπορεί και να γραφεί  $a \cdot \frac{1}{\beta}$ , επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.
- ◆ Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.

## **ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΎΛΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ**

### **Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup>: Βασικές Γεωμετρικές έννοιες**

#### **B. 1. 1**

#### **62. Τι ονομάζεται ευθεία και ποιες προτάσεις αναφέρονται σ' αυτή;**

Ευθεία ονομάζεται το σχήμα που προκύπτει αν προεκτείνουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα απεριορίιστα και προς τα δύο άκρα του. Η ευθεία δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος.

Στην ευθεία αναφέρονται οι επόμενες προτάσεις:

- ◆ Από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες.
- ◆ Από δύο σημεία διέρχεται μια μόνο ευθεία.

#### **63. Τι ονομάζεται ημιευθεία;**

Ημιευθεία ονομάζεται το σχήμα που προκύπτει αν προεκτείνουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα απεριορίιστα προς το ένα άκρο του. Η ημιευθεία έχει αρχή αλλά δεν έχει τέλος.

#### **64. Ποιες ημιευθείες ονομάζονται αντικείμενες;**

Αντικείμενες ημιευθείες ονομάζονται δύο ημιευθείες που βρίσκονται στην ίδια ευθεία, έχουν κοινή αρχή και κανένα άλλο κοινό σημείο.

#### **65. Τι είναι το επίπεδο και ποιες προτάσεις αναφέρονται σ' αυτό;**

Επίπεδο είναι μια επιφάνεια πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού η ευθεία γραμμή.

Στο επίπεδο αναφέρονται οι επόμενες προτάσεις:

- ◆ Ένα επίπεδο επεκτείνεται απεριορίιστα.
- ◆ Από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο.
- ◆ Από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα.
- ◆ Κάθε επίπεδο χωρίζει το χώρο σε δύο μέρη, ώστε, αν θέλουμε να περάσουμε από το ένα μέρος του χώρου στο άλλο, πρέπει να διαπεράσουμε το επίπεδο.

#### **66. Τι ονομάζεται ημιεπίπεδο;**

Ημιεπίπεδο ονομάζεται καθένα από τα δύο μέρη που μια ευθεία ενός επιπέδου χωρίζει το επίπεδο μαζί με την ευθεία αυτή.

#### **B. 1. 2**

#### **67. Τι ονομάζεται γωνία, κυρτή γωνία, μη κυρτή γωνία;**

Γωνία ονομάζεται καθεμία από τις δύο περιοχές του επιπέδου που περιέχονται ανάμεσα σε δύο ημιευθείες με κοινή αρχή μαζί με τις ημιευθείες αυτές.

Η μικρότερη από τις δύο γωνίες που σχηματίζονται με τον παραπάνω τρόπο ονομάζεται κυρτή και η μεγαλύτερη μη κυρτή γωνία.

**68. Ποια γραμμή ονομάζεται τεθλασμένη;**

Τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται το σχήμα που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία δεν βρίσκονται όλα στην ίδια ευθεία.

**69. Πότε μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή και πότε μη κυρτή;**

Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή, όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο. Διαφορετικά λέγεται μη κυρτή.

**70. Τι ονομάζεται ευθύγραμμο σχήμα;**

Ευθύγραμμο σχήμα ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή, της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

**71. Πότε δύο ευθύγραμμο σχήματα λέγονται ίσα;**

Δύο ευθύγραμμο σχήματα λέγονται ίσα, αν συμπίπτουν, όταν τοποθετηθούν το ένα επάνω στο άλλο με κατάλληλο τρόπο.

**72. Ποια είναι τα αντίστοιχα στοιχεία σε δύο ίσα ευθύγραμμο σχήματα ;**

Στα ίσα σχήματα, τα στοιχεία που συμπίπτουν, δηλαδή οι κορυφές, οι πλευρές και οι γωνίες, ονομάζονται αντίστοιχα στοιχεία των σχημάτων αυτών.

**B. 1.3****73. Τι ονομάζεται απόσταση δύο σημείων;**

Ονομάζεται απόσταση δύο σημείων το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τα σημεία αυτά.

**74. Τι ονομάζεται μέσο ευθυγράμμου τμήματος;**

Μέσο ευθυγράμμου τμήματος ονομάζεται το σημείο του τμήματος που απέχει εξίσου από τα άκρα του.

**B. 1.5****75. Τι ονομάζεται μέτρο γωνίας;**

Μέτρο μιας γωνίας ονομάζεται ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση της (από τη σύγκριση της δηλαδή με μια άλλη γωνία που τη θεωρούμε μονάδα μέτρησης).

**76. Ποια είναι η μονάδα μέτρησης των γωνιών;**

Η μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα που γράφεται  $1^\circ$ .

**77. Τι ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας;**

Διχοτόμος μιας γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.

**B. 1.6****78. Ποια γωνία ονομάζεται:**

**i) ορθή, ii) οξεία, iii) αμβλεία, iv) ευθεία, v) μηδενική, vi) πλήρης vii) μη κυρτή ;**

I. Ορθή γωνία ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι  $90^\circ$ . Οι πλευρές μιας ορθής γωνίας είναι κάθετες ημιευθείες.

- II. Οξεία γωνία ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι μικρότερο από  $90^\circ$ .
- III. Αμβλεία γωνία ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι μεγαλύτερο από  $90^\circ$  και μικρότερο από  $180^\circ$ .
- IV. Ευθεία γωνία ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι  $180^\circ$ . Οι πλευρές μιας ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.
- V. Μηδενική γωνία ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι  $0^\circ$ . Οι πλευρές μιας μηδενικής γωνίας ταυτίζονται.
- VI. Πλήρης γωνία ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι  $360^\circ$ . Οι πλευρές μιας πλήρους γωνίας ταυτίζονται.
- VII. Μη κυρτή ονομάζεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι μεγαλύτερο από  $180^\circ$  και μικρότερο από  $360^\circ$ .

**79. Πότε δύο ευθείες είναι κάθετες και πως συμβολίζεται η καθετότητα τους;**

- ◆ Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες, που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες, είναι ορθές.
- ◆ Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες  $\varepsilon_1$ , και  $\varepsilon_2$  είναι κάθετες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο ( $\perp$ ), γράφουμε  $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$  και διαβάζουμε: “*η  $\varepsilon_1$  είναι κάθετη στην  $\varepsilon_2$* ”.

**80. Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) λέγονται κάθετα;**

Δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) που βρίσκονται πάνω σε δύο κάθετες ευθείες, λέγονται κάθετα ευθύγραμμα τμήματα (ή κάθετες ημιευθείες).

**B. 1.7**

**81. α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής; β) Ποιες γωνίες λέγονται διαδοχικές;**

- α) Εφεξής ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν κοινή κορυφή, μια κοινή πλευρά και κανένα άλλο κοινό σημείο.
- β) Διαδοχικές γωνίες λέγονται τρεις ή περισσότερες γωνίες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και καθεμία από αυτές είναι εφεξής γωνία με την προηγούμενη ή την επόμενη της.

**B. 1.8**

**82. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές ;**

Παραπληρωματικές ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα  $180^\circ$ .

**83. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές ;**

Συμπληρωματικές ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα  $90^\circ$ .

**84. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν ;**

Κατακορυφήν ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή τους κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες.

**B. 1.9****85. Πότε δύο ευθείες του επιπέδου ονομάζονται παράλληλες;**

Παράλληλες ονομάζονται δύο ευθείες του επιπέδου που δεν έχουν κανένα κοινό σημείο όσο κι αν προεκταθούν.

**86. Πως συμβολίζεται η παραλληλία δύο ευθειών  $\epsilon_1, \epsilon_2$ ;**

Όταν οι ευθείες  $\epsilon_1, \epsilon_2$  είναι παράλληλες γράφουμε  $\epsilon_1 // \epsilon_2$

**87. Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα λέμε ότι είναι παράλληλα;**

Δύο ευθύγραμμα τμήματα λέμε ότι είναι παράλληλα όταν βρίσκονται πάνω σε δύο παράλληλες ευθείες.

**88. Πότε δύο ευθείες του επιπέδου ονομάζονται τεμνόμενες;**

Τεμνόμενες ονομάζονται δύο ευθείες του επιπέδου που έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. Το κοινό σημείο δύο τεμνομένων ευθειών λέγεται σημείο τομής.

**B. 1.10****89. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από ευθεία;**

Απόσταση σημείου από ευθεία ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθυγράμμου τμήματος από το σημείο προς την ευθεία.

**90. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών;**

Απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών ονομάζεται το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις παράλληλες και έχει τα άκρα του σε αυτές.

**B. 1.11****91. Τι ονομάζεται κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ ;**

Κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$  ονομάζεται το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν από το  $O$  απόσταση ίση με  $\rho$ .

**92. Τι ονομάζεται: i) Χορδή ii) Διάμετρος iii) Τόξο ενός κύκλου;**

i. Χορδή κύκλου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο σημεία του κύκλου.

ii. Διάμετρος κύκλου ονομάζεται κάθε χορδή του που περνά από το κέντρο του.

Μια διάμετρος κύκλου είναι μεγαλύτερη από κάθε άλλη χορδή του κύκλου και τον χωρίζει σε δύο ίσα μέρη που λέγονται ημικύκλια.

iii. Τόξο κύκλου ονομάζεται το μέρος του κύκλου που περιέχεται μεταξύ δύο σημείων του.

**93. Τι ονομάζεται κυκλικός δίσκος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ ;**

Κυκλικός δίσκος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$  ονομάζεται το μέρος του επιπέδου που περιέχεται μέσα σ' έναν κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$  μαζί με τον κύκλο αυτόν.

**B. 1.13****94. Πότε μια ευθεία λέμε ότι είναι εξωτερική ενός κύκλου;**

Όταν ευθεία και κύκλος δεν έχουν κανένα κοινό σημείο λέμε ότι η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.

**95. Πότε μια ευθεία λέγεται εφαπτόμενη ενός κύκλου;**

Όταν ευθεία και κύκλος έχουν ένα μόνο κοινό σημείο  $M$ , η ευθεία λέγεται εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο  $M$ .

**96. Πότε μια ευθεία λέγεται τέμνουσα ενός κύκλου;**

Όταν ευθεία και κύκλος έχουν δύο κοινά σημεία  $A$  και  $B$ , η ευθεία λέγεται τέμνουσα του κύκλου ή λέμε ότι η ευθεία τέμνει τον κύκλο στα  $A$  και  $B$ .

**97. Ποιες οι σχετικές θέσεις μιας ευθείας  $\varepsilon$  και ενός κύκλου  $(O, \rho)$ ;**

- ◆ Όταν η απόσταση  $OM$  του κέντρου  $O$  του κύκλου από την ευθεία  $\varepsilon$  είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα  $\rho$  ( $OM > \rho$ ), η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου.
- ◆ Όταν η απόσταση  $OM$  του κέντρου  $O$  του κύκλου από την ευθεία  $\varepsilon$  είναι ίση με την ακτίνα  $\rho$  ( $OM = \rho$ ), η ευθεία είναι εφαπτομένη του κύκλου στο  $M$ .
- ◆ Όταν η απόσταση  $OM$  του κέντρου  $O$  του κύκλου από την ευθεία  $\varepsilon$  είναι μικρότερη από την ακτίνα  $\rho$  ( $OM < \rho$ ), η ευθεία είναι τέμνουσα του κύκλου.

**Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>: Συμμετρία****B. 2. 3****98. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος και ποιες είναι οι ιδιότητες της;**

Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος ονομάζεται η ευθεία που είναι κάθετη σ' αυτό και περνά από το μέσο του.

Οι ιδιότητες της μεσοκαθέτου είναι:

- ◆ Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος.
- ◆ Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι σημείο της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος.
- ◆ Η μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος είναι άξονας συμμετρίας του.

**B. 2. 6****99. Ποιες είναι οι ιδιότητες δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία;**

Δύο παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία σχηματίζουν:

- ◆ Τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες
- ◆ Τις εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες ίσες.
- ◆ Τις εντός και επί τα αυτά γωνίες παραπληρωματικές.



## Κεφάλαιο 3<sup>ο</sup>: Τρίγωνα

### B. 3. 1

**100. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται i ) οξυγώνιο ii ) ορθογώνιο iii) αμβλυγώνιο ;**

- ◆ Οξυγώνιο ονομάζεται το τρίγωνο που όλες οι γωνίες του είναι οξείες
- ◆ Ορθογώνιο ονομάζεται το τρίγωνο που μια γωνία του είναι ορθή.
- ◆ Αμβλυγώνιο ονομάζεται το τρίγωνο που μια γωνία του είναι αμβλεία.

**101. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται: i ) σκαληνό ii ) ισοσκελές iii) ισόπλευρο ;**

- ◆ Σκαληνό ονομάζεται το τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι άνισες.
- ◆ Ισοσκελές ονομάζεται το τρίγωνο που οι δύο πλευρές του είναι ίσες.
- ◆ Ισόπλευρο ονομάζεται το τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι ίσες.

**102. Τι ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου;**

Διάμεσος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς της.

**103. Τι ονομάζεται ύψος ενός τριγώνου;**

Ύψος ενός τριγώνου ονομάζεται το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μια κορυφή του προς την ευθεία της απέναντι πλευράς.

**104. Τι ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας ενός τριγώνου;**

Διχοτόμος μιας γωνίας ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας, έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.

### B. 3. 2

**105. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ABΓ είναι 180°.**

#### Απόδειξη

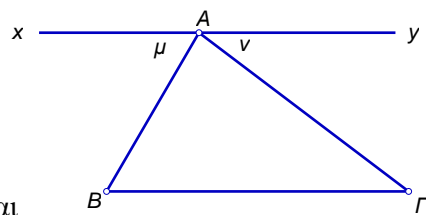
Θεωρούμε το τρίγωνο ABΓ. Από το A φέρνουμε ευθεία  $xy \parallel B\Gamma$ . Έχουμε τότε

$$\hat{A} + \hat{\mu} + \hat{\nu} = 180^\circ \quad (1)$$

Οι γωνίες  $\mu$ , B και οι γωνίες  $\nu$ , Γ είναι εντός εναλλάξ των παράλληλων ευθειών xAy, BΓ που τέμνονται από τις AB και AΓ αντίστοιχα, άρα έχουμε

$$\hat{\mu} = \hat{B} \quad (2) \quad \text{και} \quad \hat{\nu} = \hat{\Gamma} \quad (3)$$

Στην (1) αντικαθιστούμε από τις (2) και (3) τις γωνίες  $\mu$ ,  $\nu$  με τις ίσες τους B, Γ και έχουμε  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$



**106. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου;**

Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύει ότι:

- ◆ Η ευθεία της διαμέσου, που αντιστοιχεί στη βάση είναι άξονας συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.
- ◆ Η διάμεσος, που αντιστοιχεί στη βάση είναι ύψος και διχοτόμος.
- ◆ Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς είναι ίσες.

**107. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοπλεύρου τριγώνου;**

Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει ότι:

- ◆ Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
- ◆ Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- ◆ Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.